Prof. Dr. Alfred Toth

Wie viele Arten von Primzeichen gibt es?

1. Bekanntlich hatte Max Bense die Peirceschen Fundamentalkategorien als Primzeichen eingeführt (Bense 1980, auch 1981, S. 17 ff.). Er definierte sie als Teilmenge der natürlichen Zahlen

PZR = (.1., .2., .3.),

für die bekanntlich die Peano-Axiome gelten:

1. 1 ist eine natürliche Zahl.

2. Jede natürliche Zahl a hat einen bestimmten Nachfolger $\sigma(a)$ in der Menge der natürlichen Zahlen.

3. Stets ist $\sigma(x) \neq 1$,

d.h. es gibt keine Zahl mit dem Nachfolger 1 (van der Waerden 1971, S. 5).

2. Wenn wir allerdings von den Primzeichen zu den Subzeichen fortschreiten, sieht die Sachlage ganz anders aus: Ist z.B. (3.3) oder (2.2) oder (3.2) der Nachfolger von (2.1)? Oder hat (2.1) – und evtl. alle Subzeichen? – mehrere Nachfolger, was natürlich bedeuten würde, dass die Peano-Axiome nur für Monaden, nicht aber für höhere relationale semiotische Gebilde gelten wüden. Und wie ist es erst bei Zeichenklassen? Sicherlich ist (3.1 2.1 1.2) der Nachfolger von (3.1 2.1 1.1), aber steht es z.B. mit (3.2 2.2 1.3) und (3.1 2.2 1.2)?

3. Es scheint, als ob man das Problem nur dadurch lösen könnte, dass man 3 verschiedene semiotische Zahlen annimmt –wir wollen sie statt Primzeichen lieber „Peirce-Zahlen“ nennen:

3.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

3.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

3.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Damit ergibt sich sowohl für haupt- als auch für nebendiagonale Peirce-Zahlen

$\sigma(a.b) = ((a\pm1).(b\pm1))$.

Daraus folgt also, dass nicht jedes Subzeichen, aber jede tdP, ttP und dgP ein eindeutig bestimmten Nachfolger bzw. Vorgänger besitzt, d.h. dass für semiotische Matrix die Peano-Axiome gelten.

Sie gelten allerdings nicht für höhere relationale Gebilde, z.B. Zeichenrümpfe der Form ((a.b), (c.d)) oder die Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c), und bei letzteren schon deswegen nicht, weil sie Ordnung der ttP innerhalb von Zeichenklassen $a \leq b \leq c$ ist, d.h. dass für die Nachfolgefunktion jeder ttP gilt:

$\sigma(a.b) = \{(a.b), (a.(b+1))\}$.

Dasselbe gilt natürlich für die Realitätsthematiken (c.1 b.2 a.3), da sie ja Dualia der Zeichenklassen sind.

Dieses Ergebnis, dass die Peano-Axiome nur bis zu den dyadischen semiotischen Relationen gültig sind, hat enorme Konsequenzen für eine mathematische Semiotik. Bekanntlich hatte ich in Toth (2006) den Isomorphie-Nachweis der Benseschen Primzeichen sowohl mit dem Körper der reellen als auch der komplexen Zahlen geliefert. Aus unseren Ergebnissen in der vorliegenden Studie folgt also, dass diese Isomorphie sich auch für die Subzeichen, jedoch getrennt nach den 3 Peirce-Zahlen, beweisen lässt. In Sonderheit folgt allerdings, dass die Peano-Axiome nicht für Zeichenklassen gelten. Das bedeutet jedoch nichts anderes, als dass man mit Zeichenklassen nicht rechnen kann! Es gibt, soweit ich sehe, also nur zwei Auswege: 1. Man tut, als ob Triaden Summen von Dyaden sind (vgl. dazu bereits Walther 1979, S. 79). Dieser Weg wurde z.B. in der verbandstheoretischen Semiotik beschritten uns sagt also über die Zeichen selber, die ja nur in triadischen Relationen solche repräsentieren, im Grunde nichts aus. 2. Man revidiert die Peircesche trichotomisch-inklusive Ordnung und erweitert sie z.B. auf die folgenden 3 Fälle: ($a < b < c$ / $a = b = c$ / $a > b > c$). Man hat dann die folgenden Zeichenklassen zur Verfügung:

3.1 2.2 1.3	3.1 2.1 1.1	
	3.2 2.2 1.2	
	3.3 2.3 1.3	3.3 2.2 1.1,

also nur noch die 3 Hauptzeichenklassen und die beiden Diagonalen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III3, 1980

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

van der Waerdeb, B.L., Algebra I. Heidelberg 1971

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttart 1979

27.3.2011